

1<sup>e</sup> Générale Spécialité Maths

**Le sujet est à rendre avec la copie**

Nom , prénom et classe : . . . . .

**PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 pts)**

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée .

une seule réponse est possible par question.

Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

**Question 1**

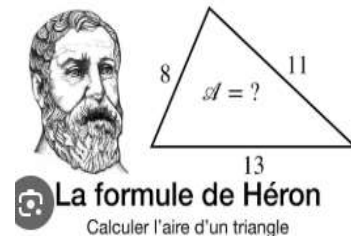
Le cosinus de l'angle de mesure  $\frac{\pi}{6}$  radian est égal à :

- a.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       b.  $\frac{1}{2}$       c.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       d.  $30^\circ$

**Question 2 : Formule de Héron**

On donne  $a = 8$     $b = 11$     $c = 13$    et les 2 formules :

$$p = \frac{a+b+c}{2} \quad A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$



La valeur exacte de  $A$  est :

- a.  $8\sqrt{30}$       b.  $60\sqrt{2}$       c.  $\sqrt{8+11+13}$       d. 52

**Question 3**

La mesure de  $\frac{7\pi}{18}$  en degrés est égale à :

- a.  $140^\circ$       b.  $126^\circ$       c.  $70^\circ$       d.  $86^\circ$

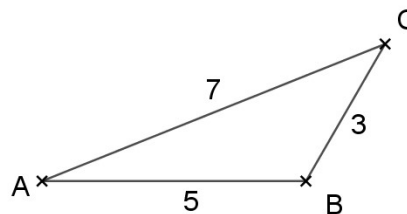
**Question 4**

$(u_n)$  est une suite numérique telle que pour tout  $n$  entier on a  $u_n = 12 - 5n$  .

- a.  $(u_n)$  est une suite croissante      b.  $(u_n)$  est une suite décroissante  
c.  $(u_n)$  n'est ni croissante ni décroissante      d. on ne peut pas savoir

**Question 5 :**

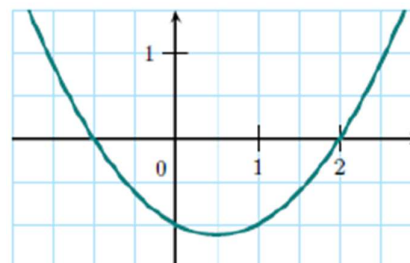
A partir de la figure ci-contre ,Le produit scalaire  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$  est égal à :



- a.  $\frac{33}{2}$                       b.  $\frac{-1}{2}$                       c.  $\frac{65}{2}$                       d.  $\frac{83}{2}$

**Question 6**

f est une fonction polynôme du second degré dont une partie de la courbe représentative est donnée ci-contre :



La forme développée de la fonction f est :

- a.  $f(x) = 0,5(x + 1)(x - 2)$                       b.  $f(x) = 0,5(x - 0,5)^2 + 1$   
c.  $f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 1$                       d.  $f(x) = 0,5x^2 - 0,5x - 1$

**Question 7**

On considère une fonction f définie sur  $\mathbb{R}$  dont le tableau de signes est donné ci-dessous :

x	$-\infty$	- 4	3	$+\infty$
f(x)	+	0	- 0	+

Parmi les 4 expressions proposées pour la fonction f, une seule est possible :

- a.  $f(x) = 0,5(x + 4)^2 + 3$                       b.  $f(x) = 0,5(x - 4)(x + 3)$   
c.  $f(x) = -2(x + 4)(x - 3)$                       d.  $f(x) = \frac{(x-3)(x+4)}{3}$

**Question 8**

Le prix d'un article est multiplié par 0,65 . Cela signifie que le prix de cet article a connu :

- a. Une baisse de 65 %                      b. Une augmentation de 65 %  
c . Une baisse de 35 %                      d. Une augmentation de 0,65 %

**Question 9.**

On considère une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par l'expression  $f(x) = x^3$ .

Une équation de la tangente à la courbe de  $f$  au point A d'abscisse  $a = 1$  est :

- a.  $y = 3x - 2$                                   b.  $y = 3x$   
c.  $y = 3x^2$                                       d.  $y = 3x + 2$

**Question 10 :**

On considère une fonction  $f$  définie et dérivable sur  $]0; +\infty[$  par l'expression  $f(x) = \sqrt{x} + 10$  .

Le nombre dérivé  $f'(4)$  est :

- a.  $-\frac{1}{4}$                       b. 12                      c. 0,25                      d. 2

**Question 11 :**

Le plan est muni d'un repère orthogonal . On note  $d$  la droite passant par les points  $A(0;4)$  et  $B(4;3)$  . Le coefficient directeur de la droite  $d$  est :

- a.  $-\frac{1}{4}$                       b.  $\frac{7}{4}$                       c.  $-4$                       d.  $\frac{1}{4}$

**Question 12 :**

Après une réduction de 25 % ,une montre connectée est vendue 180 € .

Son prix avant la réduction était de :

- a. 205 €                      b. 225 €                      c. 135 €                      d. 240 € .

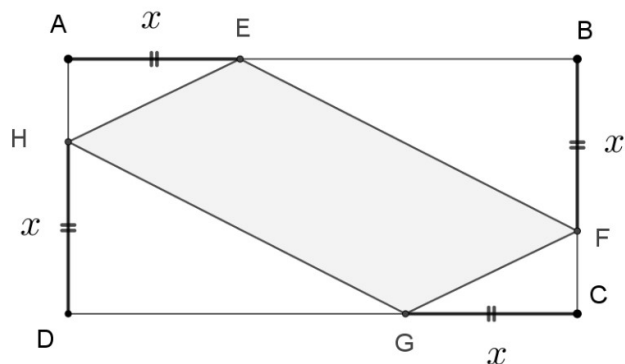
## Seconde partie Les deux exercices suivants sont à rédiger sur votre copie

### Exercice 1 7 points.

On considère un rectangle ABCD tel que  $AB = 8 \text{ cm}$  et  $BC = 4 \text{ cm}$ .

On considère les points E , F , G et H placés respectivement sur  $[AB]$  ,  $[BC]$  ,  $[CD]$  et  $[DA]$  tels que :  $AE = BF = CG = DH$ .

On pose  $AE = x$  avec  $x \in [0 ; 4]$  comme indiqué sur la figure .



Aide aux calculs :

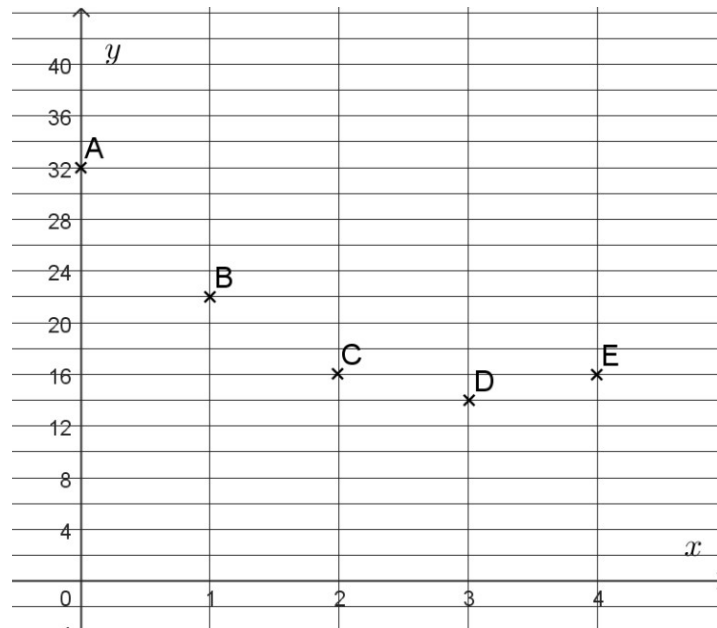
$$(-12)^2 - 4 \times 2 \times 16 = +16$$

On admettra que EFGH est un parallélogramme .

On définit dans cet exercice la fonction  $f$  sur  $[0; 4]$  par  $f(x) = 2x^2 - 12x + 32$ .

- 1)
  - a) Prouvez qu'une expression de l'aire de EFGH est  $f(x) = 2x^2 - 12x + 32$ .
  - b) A l'aide d'une équation adaptée ,déterminer les éventuelles positions du point E telles que l'aire de EFGH soit égale à  $16 \text{ cm}^2$  .
- 2)
  - a) Déterminer l'expression de la fonction dérivée de  $f$ .
  - b) Calculer  $f'(1)$  puis  $f'(3)$ .
- 3) Dans le repère suivant on a placé 5 points A , B , C , D et E de la courbe de  $f$ .  
On pourra utiliser les résultats précédents.
  - a) Prouver que l'équation réduite de la tangente de  $C_f$  au point B d'abscisse 1 est  $y = -8x + 30$  .
  - b) Quelle est la particularité de la tangente de  $C_f$  au point D d'abscisse 3.
  - c) Dans le repère fourni ,construire précisément les tangentes aux points B et D ainsi que la courbe de  $f$  sur  $[0; 4]$ .

### Graphique pour l'exercice 1



### Exercice n° 2 : 7 points

On considère deux suites  $(a_n)$  et  $(b_n)$  définies sur  $\mathbb{N}$  par :

- $a_0 = 20$  et  $a_{n+1} = 3a_n - 20$  .
- $b_n = a_n - 10$

1)

- Calculer les termes  $a_1$  et  $a_2$
- Justifier que la suite  $(a_n)$  n'est ni arithmétique ni géométrique.

2)

- Calculer les termes  $b_0$ ,  $b_1$  et  $b_2$  .  
Que constatez -vous ?
- Prouver que pour tout entier naturel  $n$  :  $b_{n+1} = 3(a_n - 10)$ .
- En déduire que la suite  $(b_n)$  est géométrique  
de raison 3 et de premier terme  $b_0 = 10$  .
- En déduire une expression explicite de  $b_n$  en fonction de  $n$ .

3) Dans cette question on utilisera les résultats de la question 2 .

- Justifier que pour tout entier  $n$  :  $a_n = 10 \times 3^n + 10$
- En déduire que les termes  $a_n$  sont tous des multiples de 10.

Corrigé

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 pts)

Question 1 Réponse **c.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Question 2 : Réponse **a.**  $8\sqrt{30}$

Question 3 Réponse **c.**  $70^\circ$

Question 4 Réponse **b.**  $(u_n)$  est une suite décroissante

Question 5 : Réponse **c.**  $\frac{65}{2}$

Question 6 Réponse **d.**  $f(x) = 0,5x^2 - 0,5x - 1$

Question 7 Réponse **d.**  $f(x) = \frac{(x-3)(x+4)}{3}$

Question 8 Réponse **c** ( deuxième b ) **Une baisse de 35 %**

Question 9. Réponse **a.**  $y = 3x - 2$

Question 10 : Réponse **c.** **0,25**

Question 11 : Réponse **a.**  $-\frac{1}{4}$

Question 12 : Réponse **d.** **240 €.**

**Exercice 1**

1)

a) **1,5 points** l'aire de  $EFGH = Aire\ de\ ABCD - Aire\ des\ 4\ triangles$

$$f(x) = 4 \times 8 - \frac{1}{2}x \times (4 - x) - \frac{1}{2}x \times (4 - x) - \frac{1}{2}x \times (8 - x) - \frac{1}{2}x \times (8 - x)$$

$$f(x) = 32 - x \times (4 - x) - x \times (8 - x)$$

$$f(x) = 32 - 4x + x^2 - 8x + x^2$$

$$f(x) = 2x^2 - 12x + 32.$$

b) **1,5 points** On cherche à résoudre :

$$f(x) = 16 \text{ soit } 2x^2 - 12x + 32 = 16 \text{ ce qui équivaut à } 2x^2 - 12x + 16 = 0$$

$$\Delta = (-12)^2 - 4 \times 2 \times 16 = 16 \text{ d'après l'aide au calcul.}$$

$$x_1 = \frac{12-4}{2 \times 2} = 2 \text{ et } x_2 = \frac{12+4}{2 \times 2} = 4$$

Le point E peut-être placé à 2 positions différentes pour obtenir une aire de  $16\text{ cm}^2$  :

$AE = 2\text{ cm}$  ou bien  $AE = 4\text{ cm}$ .

2) **1 point et 0,5 point**

a.  $f(x) = 2x^2 - 12x + 32$  est un polynôme du second degré et sa dérivée est :  
 $f'(x) = 2 \times 2x - 12 \times 1 + 0$  soit  $f'(x) = 4x - 12$

$$b. f'(1) = 4 \times 1 - 12 = -8 \quad f'(3) = 4 \times 3 - 12 = 12 - 12 = 0.$$

3) **1 point et 0,5 point puis 1 point pour le dessin**

a) En  $a = 1$   $f(1) = 2 \times 1^2 - 12 \times 1 + 32 = 22$  et  $f'(1) = -8$

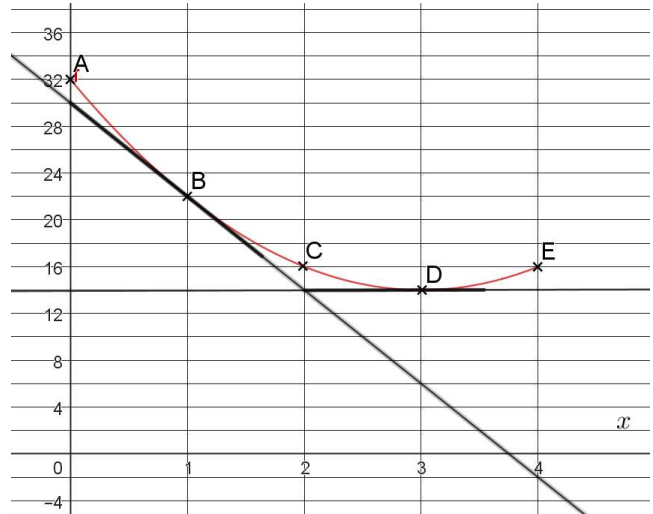
Donc l'équation  $y = f'(a)(x - a) + f(a)$  devient :  $y = -8(x - 1) + 22$

soit  $y = -8x + 30$  qui est l'équation réduite de la tangente de  $C_f$  au point B d'abscisse 1

b) La tangente de  $C_f$  au point D d'abscisse 3 est parallèle à l'axe des abscisses car  $f'(3) = 0$

c) au point B :  $y = -8x + 30$  elle passe par B et par (0 ; 30)

au point D : elle est horizontale .



## Exercice n° 2 : 7 points

$$a_0 = 20 \text{ et } a_{n+1} = 3a_n - 20 . \quad b_n = a_n - 10$$

1) **1 point et 1 point**

a.  $a_1 = 3 \times 20 - 20 = 40$  et  $a_2 = 3 \times 40 - 20 = 100$

b.  $a_1 - a_0 = 20$  et  $a_2 - a_1 = 60$  mais  $20 \neq 60$  donc pas arithmétique.

$$\frac{a_1}{a_0} = 2 \text{ et } \frac{a_2}{a_1} = 2,5 \text{ mais } 2 \neq 2,5 \text{ donc pas géométrique .}$$

2) **1 point et 1,5 points et 0,5 point et 0,5 point**

a)  $b_0 = 20 - 10 = 10$ ,  $b_1 = 40 - 10 = 30$  et  $b_2 = 100 - 10 = 90$  .

Il semble que  $(b_n)$  soit géométrique de raison  $q = 3$  car les premiers termes sont 10 ; 30 et 90 .

b)  $b_n = a_n - 10$

donc  $b_{n+1} = a_{n+1} - 10 = 3a_n - 20 - 10 = 3a_n - 30 = 3(a_n - 10)$  après factorisation.

Prouver que pour tout entier naturel  $n$  :  $b_{n+1} = 3(a_n - 10)$ .

c) On remplace par  $b_n = a_n - 10$  et on obtient  $b_{n+1} = 3b_n$  pour tout entier naturel  $n$ .

Donc la suite  $(b_n)$  est géométrique de raison  $q = 3$  et de premier terme  $b_0 = 10$  .

d) En utilisant le cours :  $b_n = b_0 \times q^n = 10 \times 3^n$

3) **0,5 point puis 1 point.**

a.  $b_n = a_n - 10$  donc  $a_n = b_n + 10$  soit pour tout entier  $n$  :  $a_n = 10 \times 3^n + 10$

b. Dans l'expression  $a_n = 10 \times 3^n + 10$  on peut factoriser par 10 et on obtient :

$$a_n = 10 \times (3^n + 1) \text{ Donc } a_n \text{ est le produit de 10 par un entier naturel .}$$

Les termes  $a_n$  sont tous des multiples de 10.